Université Abou Bekr Belkaid **A.U 2018-2019**
Faculté des Sciences
Tronc Commun SM(Maths2)

TD N°1

Exercice 1

1. Calculer les primitives suivantes.

   (a) $\int (\frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^2\sqrt{x}} + 1)\mathrm{d}x$, (b) $\int (3x+1)^5\mathrm{d}x$, (c) $\int \frac{x\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$,
   (d) $\int e^x \cos(e^x)$ (e) $\int \frac{\ln^6(x)}{x}\mathrm{d}x$, (f) $\int \frac{1}{\cos^2(7x+\pi/3)}\mathrm{d}x$,
   (g) $\int \frac{x}{1+x^4}\mathrm{d}x$, (h) **(supp)** $\int \frac{\sin(2x)}{(1+\cos(2x))^2}\mathrm{d}x$, (i) $\int \cos^5 2x \sin 2x\mathrm{d}x$.

2. En utilisant une intégration par partie, calculer les intégrales indéfinies suivantes:

   (a) $\int x^2 \ln x\mathrm{d}x$, (b) $\int \arccos x\mathrm{d}x$, (c) **(supp)** $\int \arctan\sqrt{x}\mathrm{d}x$,
   (d) $\int e^{2x}\sin 3x\mathrm{d}x$, (e) $\int x^2 \sin 2x\mathrm{d}x$, (f) **(supp)** $\int x^3 e^x\mathrm{d}x$.

Exercice 2: Calculer les intégrales indéfinies suivantes.

1. $\int \frac{x+2}{x+1}\mathrm{d}x$, 2. $\int \frac{2x}{x^2-x+1}\mathrm{d}x$, 3. $\int \frac{20x+17}{(2x+1)^2(3x+5)}\mathrm{d}x$,
4. $\int \frac{2x^3+x+3}{(1+x^2)^2(x-2)}\mathrm{d}x$, 5. **(supp)** $\int \frac{x^2+2}{x^3-1}\mathrm{d}x$, 6. $\int \frac{x^4}{(1+x)^3}\mathrm{d}x$,
7. $\int \frac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$, 8. $\int \frac{\mathrm{d}x}{4-5sinx}$, 9. $\int \frac{\cos x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$,
10. $\int \frac{\cos x}{\cos^2 -4\sin x-6}\mathrm{d}x$, 11. $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$, 12. $\int \cos^4 x \sin^3 x \ \mathrm{d}x$,
13. $\int \sin^4 x \cos^4 x \ \mathrm{d}x$, 14. $\int \cos^5 x \ \mathrm{d}x$, 15. $\int \cos 2x \sin 4x \ \mathrm{d}x$,
16. **(supp)** $\int \sin x \sin 3x \ \mathrm{d}x$,

Exercice 3: Calculer les intégrales définies suivantes.

1. $\int_1^2 \frac{x^2-1}{x^3+4x^2+5x}\mathrm{d}x$, 2. $\int_0^\pi \frac{\mathrm{d}x}{3+2\cos x}$, 3. $\int_{-1}^1 \frac{\arctan(2x)}{\sqrt{3+x^4}}\mathrm{d}x$, 4. $\int_{-1}^1 \frac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x}$.

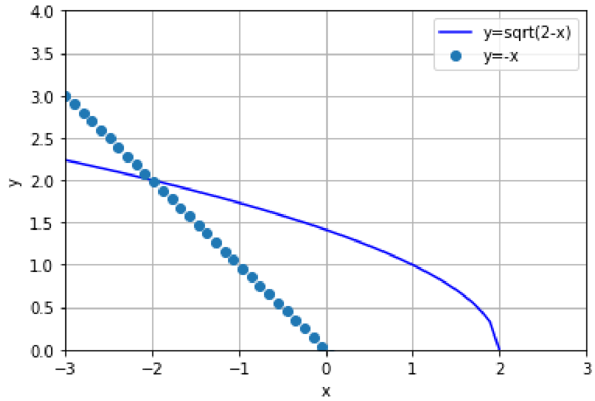
Exercice 4: Soit

$$I = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2}\mathrm{d}x \text{ et } J = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^2}\mathrm{d}x$$

1. Calculer I.

2. Calculer $I+J$ et en déduire la valeur de J.

Exercice 5: Déterminer l'aire de la surface comprise entre les deux courbes



suivantes.$(ua = 1cm^2)$

Exercice 6: On considère la fonction f définie sur $[0, 1[\cup]1, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x}.$$

Soit $I = \displaystyle\int_0^{1/2} f(x)\, \mathrm{d}x$.

1. Montrer que pour tout x dans $[0, 1/2]$: $1 \leq f(x) \leq 2\sqrt{e}$.
2. En déduire que $1/2 \leq I \leq \sqrt{e}$.
3. Montrer que $\forall x \in [0, 1[$: $\frac{1}{1-x} = 1 + x + \frac{x^2}{1-x}$.
4. En déduire que $I = \displaystyle\int_0^{1/2} (1+x)e^x\, \mathrm{d}x + \int_0^{1/2} x^2 f(x)\, \mathrm{d}x$.
5. Déduire un encadrement de $\displaystyle\int_0^{1/2} x^2 f(x)\, \mathrm{d}x$ puis un encadrement de I.