Corrigé de la Série TD N° 04
Mouvement relatif

EXERCICE 1

$$\overrightarrow{OM}/(R)\begin{cases} x = 2t^3+1 \\ y = 4t^2+t-1 \\ z = t^2 \end{cases} \quad et \ \overrightarrow{O'M}(R')\begin{cases} x' = 2t^3 \\ y' = 4t^2-3t+2 \\ z' = t^2-5 \end{cases}$$

La vitesse du point M dans le référentiel fixe (R) et le référentiel mobile (R')

$$\vec{v} = \overrightarrow{v_a} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6t^2 \\ \frac{dy}{dt} = 8t+1 \\ \frac{dz}{dt} = 2t \end{cases} \text{ et} \overrightarrow{v'} = \overrightarrow{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\begin{cases} \frac{dx'}{dt} = 6t^2 \\ \frac{dy}{dt} = 8t-3 \\ \frac{dz}{dt} = 2t \end{cases}$$

$\vec{v}$=$6t^2\vec{\imath}$ +$(8t+1)\vec{\jmath}+2t\vec{k}$ et $\overrightarrow{v'} = 6t^2\vec{\imath}$ +$(8t-3)\vec{\jmath}+2t\vec{k}$

$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e} \Rightarrow \overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{v_a} - \overrightarrow{v_r}$

$\overrightarrow{v_e}$=$(6t^2\vec{\imath}+(8t+1)\vec{\jmath}+2t\vec{k}) - (6t^2\vec{\imath}+(8t-3)\vec{\jmath}+2t\vec{k})$=$4\vec{\jmath}$ donc $\vec{v}$=$\vec{v}'+4\vec{\jmath}$

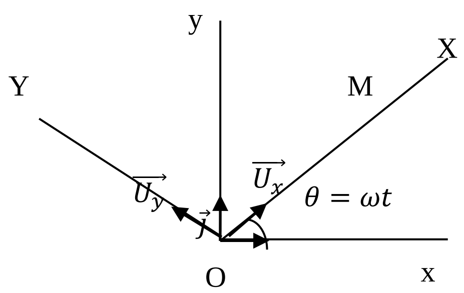
L'accélération du point M dans les deux référentiels fixe (R) et mobile (R')

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 12t \\ \frac{dv_x}{dt} = 8 \\ \frac{dv_z}{dt} = 2 \end{cases} \text{ et} \overrightarrow{a'} = \overrightarrow{a_r} = \frac{d\vec{v'}}{dt}\begin{cases} \frac{dv'_x}{dt} = 12t \\ \frac{dv'_x}{dt} = 8 \\ \frac{dv'_z}{dt} = 2 \end{cases}$$

Donc $\vec{a} = \overrightarrow{a'}$

Le mouvement du référentiel (R') par rapport au référentiel fixe (R) est un mouvement uniforme de translation suivant l'axe Oy avec une vitesse constante de 4m/s

EXERCICE 2



$\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{U_x}$dans le repère (oXY)

Dans le repère mobile (coordonnées polaires)

La vitesse relative :

$$\overrightarrow{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}/(OXY) \ = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{U_x}\overrightarrow{v_r} = r^{\cdot}\overrightarrow{U_x}$$

L'accélération relative :

$\overrightarrow{a_r} = \frac{d\overrightarrow{v_r}}{dt}/(OXY)$ avec$\overrightarrow{v_r} = r^{\cdot}\,\overrightarrow{U_x}$

Donc $\overrightarrow{a_r} = \frac{d^2r}{dt^2}\overrightarrow{U_x} = r^{\cdot\cdot}\,\overrightarrow{U_x}$

La vitesse d'entrainement :

$\overrightarrow{OO'} = \vec{0}$car les deux repères ont le même origine

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + X\frac{d\overrightarrow{U_x}}{dt} = \vec{0} + r\frac{d\overrightarrow{U_x}}{dt}$$

avec$\frac{d\overrightarrow{U_x}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{U_x}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}\ \ et\theta = \omega t$

Alors $\quad \frac{d\overrightarrow{U_x}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{U_x}}{d\theta}\frac{d\omega t}{dt} = \omega\overrightarrow{U_y}\ car\ \frac{d\overrightarrow{U_x}}{d\theta} = \overrightarrow{U_y}$

Donc $\overrightarrow{v_e} = \omega r\,\overrightarrow{U_y}$

<u>**OU**</u>

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

$\overrightarrow{OO'} = \vec{0}$donc$\overrightarrow{v_e} = \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}$

$$\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ r & 0 & 0 \end{vmatrix} = \omega r\, \overrightarrow{U_y} \text{Donc } \overrightarrow{v_e} = \omega\, r\, \overrightarrow{U_y}$$

L'accélération d'entrainement

$$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + X\frac{d^2\overrightarrow{U_x}}{dt^2} = r\frac{d}{dt}\left(\frac{d\overrightarrow{U_x}}{dt}\right) \Rightarrow r\frac{d}{dt}\left(\omega\ \overrightarrow{U_y}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_e} = r\quad \omega\left(\frac{d\overrightarrow{U_y}}{dt}\right)\text{avec}\frac{d\overrightarrow{U_y}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{U_y}}{d\theta}\frac{d\omega t}{dt} = -\omega\overrightarrow{U_x}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_e} = \quad r\omega\left(+\ \left(-\omega\overrightarrow{U_x}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_e} = -\quad r\omega^2\overrightarrow{U_x}$$

<u>OU</u>

$$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

$\frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \vec{0}$car ω constante et $\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} = \vec{0}$

$$\vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) = \vec{\omega}\Lambda\left(\omega\, r\, \overrightarrow{U_y}\right) = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ 0 & \omega\, r & 0 \end{vmatrix} = -\omega^2\, r\, \overrightarrow{U_x}$$

Donc $\overrightarrow{a_e} = -\omega^2 r\overrightarrow{U_x}$

L'accélération de Coriolis

$$\overrightarrow{a_c} = 2\frac{dX}{dt}\frac{d\overrightarrow{U_x}}{dt}\ avec\ X = r\ \ et\frac{d\overrightarrow{U_x}}{dt} = \omega\overrightarrow{U_y}$$

Donc $\overrightarrow{a_c} = 2r^{\cdot}\omega\overrightarrow{U_y}$

<u>OU</u> $\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{v_r} = 2\begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ r^{\cdot} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2\omega r^{\cdot}\overrightarrow{U_y}$

Donc $\overrightarrow{a_c} = 2\omega r\dot{}\overrightarrow{U_y}$

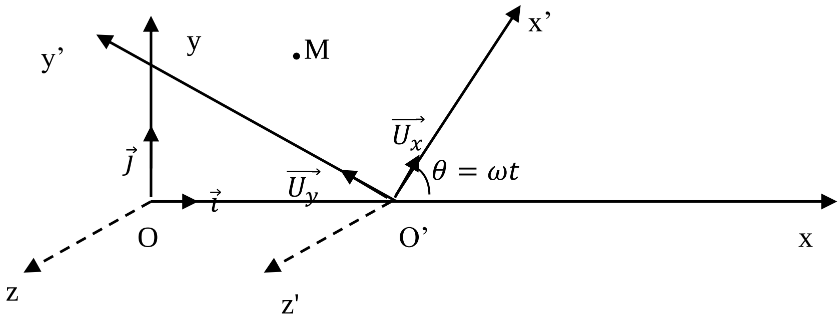
La vitesse absolue

$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e} = r\dot{}\overrightarrow{U_x} + \omega\, r\, \overrightarrow{U_y}$

L'accélération absolue :

$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c} + \overrightarrow{a_e} = (r^{\cdot\cdot} - \omega^2 r)\overrightarrow{U_x} + 2\omega r\dot{}\overrightarrow{U_y}$

<u>EXERCICE 3</u>



La vitesse relative

$\overrightarrow{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}/(R')$ avec $\overrightarrow{O'M} = (t+1)\overrightarrow{U_x} + t^2\overrightarrow{U_y}$ Donc $\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{U_x} + 2t\overrightarrow{U_x}$

La vitesse d'entrainement :

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

On cherche le vecteur $\overrightarrow{OO'}$

Le point O' se déplace sur l'axe (Ox) avec une vitesse v, alors $\overrightarrow{v_{O'}} = \frac{dOO'}{dt}\vec{i} = v\vec{i}$

A t=0, x=0 donc $\frac{dOO'}{dt} = v \Rightarrow OO' = vt \quad donc\ \overrightarrow{OO'} = vt\vec{i}$

$$\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ t+1 & t^2 & 0 \end{vmatrix} = -\omega t^2\overrightarrow{U_x} + \omega(t+1)\overrightarrow{U_y} \quad et\ \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} = v\vec{i}$$

Donc $\overrightarrow{v_e} = -\omega t^2\overrightarrow{U_x} + \omega(t+1)\overrightarrow{U_y} + v\vec{\imath}$

Il faut écrire $\overrightarrow{v_e}$ dans un meme système de coordonnées, pour cela on va écrire $\vec{\imath}$ en fonction de $\overrightarrow{U_x}$et$\overrightarrow{U_y}$

Nous avons : $\begin{cases} \overrightarrow{U_x} = cos\ \omega t\vec{\imath} + \sin\omega t\ \vec{\jmath} \\ \overrightarrow{U_y} = -\sin\omega t\vec{\imath} + cos\ \ \omega t\ \vec{\jmath} \end{cases} \Rightarrow \vec{\imath} = cos\ \omega t\overrightarrow{U_x} - \sin\omega t\ \overrightarrow{U_y}$

Donc $\overrightarrow{v_e} = -\omega t^2\overrightarrow{U_x} + \omega(t+1)\overrightarrow{U_y} + v\left(cos\ \omega t\overrightarrow{U_x} - \sin\omega t\ \overrightarrow{U_y}\right)$

$$= (v\ cos\omega t - \omega t^2)\overrightarrow{U_x} + (\omega(t+1) - v\ sin\ \omega t)\overrightarrow{U_y}$$

La vitesse absolue

$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{U_x} + 2t\ \overrightarrow{U_y} + (v\ cos\omega t - \omega t^2)\overrightarrow{U_x} + (\omega(t+1) - v\sin\omega t)\overrightarrow{U_y}$

$\Rightarrow \overrightarrow{v_a} = (1 + v\ cos\omega t - \omega t^2)\overrightarrow{U_x} + (2t + \omega(t+1) - v\sin\omega t)\overrightarrow{U_y}$

L'accélération relative

$\overrightarrow{a_r} = \frac{d\overrightarrow{v_r}}{dt}/(R')$ avec $\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{U_x} + 2t\ \overrightarrow{U_y}$ Donc $\overrightarrow{a_r} = 2\overrightarrow{U_y}$

L'accélération d'entrainement

$$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

$\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} = \vec{0}\,, \frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \vec{0}$car ω constante

Et $\vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) = \vec{\omega}\Lambda\left(\omega t^2\overrightarrow{U_x} + \omega(t+1)\overrightarrow{U_y}\right) = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ -\omega t^2 & \omega(t+1) & 0 \end{vmatrix}$

$$= -\omega^2(t+1)\overrightarrow{U_x} - \omega^2 t^2\overrightarrow{U_y}$$

Donc $\overrightarrow{a_e} = -\omega^2(t+1)\overrightarrow{U_x} - \omega^2 t^2\overrightarrow{U_y}$

L'accélération de Coriolis

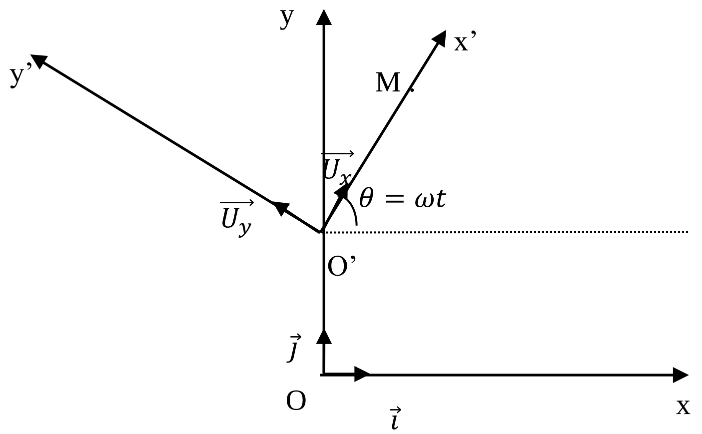
$$\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{v_r} = 2\begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ 1 & 2t & 0 \end{vmatrix} = -4t\omega\overrightarrow{U_x} + 2\omega\overrightarrow{U_y}$$

L'accélération absolue

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c} + \overrightarrow{a_e} = 2\overrightarrow{U_y} - \omega^2(t+1)\overrightarrow{U_x} - \omega^2 t^2\overrightarrow{U_y} - 4t\omega\overrightarrow{U_x} + 2\omega\overrightarrow{U_y}$$

Alors$\overrightarrow{a_a}$=$(-\omega^2(t+1) - 4t\omega)\overrightarrow{U_x} + (2 - \omega^2 t^2 + 2\omega)\overrightarrow{U_y}$

EXERCICE 4



Les coordonnées du point M dans le repère mobile M(t^2, t)/(R') Donc $\overrightarrow{O'M}$ s'écrit :

$$\overrightarrow{O'M} = t^2\overrightarrow{U_x} + t\overrightarrow{U_y}$$

O' se déplace sur l'axe(Oy) avec une accélération constante γ , avec, à l'instant t=0, l'axe (O'X) est confondu avec (Ox). Donc v_0=0 et y_0=0 donc

$$\overrightarrow{OO'} = y\vec{j}, \quad \gamma = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = \gamma dt$$

Après intégration ***v=γt*** et $\frac{dy}{dt} = \gamma t \Rightarrow dy = \gamma t dt \quad donc\ y = \frac{1}{2}\gamma t^2$

$$\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{2}\gamma t^2\vec{j}$$

La vitesse relative

$\overrightarrow{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}/(R')$ avec$\overrightarrow{O'M} = t^2\overrightarrow{U_x} + t\overrightarrow{U_y}$

Donc $\overrightarrow{v_r} = 2t\overrightarrow{U_x} + \overrightarrow{U_y}$

La vitesse d'entrainement :

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

$$\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{2}\gamma t^2\vec{j} \Rightarrow \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} = \gamma t\vec{j}$$

$$\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ t^2 & t & 0 \end{vmatrix} = -\omega t\overrightarrow{U_x} + \omega t^2\overrightarrow{U_y} \quad Donc$$

$$\overrightarrow{v_e} = \gamma t\vec{j} - \omega t\overrightarrow{U_x} + \omega t^2\overrightarrow{U_y}$$

Il faut écrire $\overrightarrow{v_e}$ dans un meme système de coordonnées, pour cela on va écrire $\vec{j}$ en fonction de $\overrightarrow{U_x}$et$\overrightarrow{U_y}$

Nous avons : $\begin{cases} \overrightarrow{U_x} = cos\ \theta\vec{i} + \sin\theta\ \vec{j} \\ \overrightarrow{U_y} = -\sin\theta\vec{i} + cos\ \ \theta\ \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{j} = sin\ \theta\overrightarrow{U_x} + cos\ \theta\ \overrightarrow{U_y}$

Donc$\overrightarrow{v_e} = \omega t^2\overrightarrow{U_y} - \omega t\overrightarrow{U_x} + \gamma t\left(sin\ \theta\overrightarrow{U_x} + cos\ \theta\ \overrightarrow{U_y}\right)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{v_e} = (\gamma t\ sin\ \theta - \omega t)\overrightarrow{U_x} + (\omega t^2 + \gamma tcos\ \theta)\overrightarrow{U_y}$$

La vitesse absolue

$$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e} = 2t\overrightarrow{U_x} + \overrightarrow{U_y} + (\gamma t\ sin\ \theta - \omega t)\overrightarrow{U_x} + (\omega t^2 + \gamma tcos\ \theta)\overrightarrow{U_y}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{v_a} = (\gamma t\ sin\ \theta - \omega t + 2t)\overrightarrow{U_x} + (\omega t^2 + \gamma tcos\ \theta + 1)\overrightarrow{U_y}$$

L'accélération relative

$\overrightarrow{a_r} = \frac{d\overrightarrow{v_r}}{dt}/(R')$ avec$\overrightarrow{v_r} = 2t\overrightarrow{U_x} + \overrightarrow{U_y}$ Donc $\overrightarrow{a_r} = 2\overrightarrow{U_x}$

L'accélération d'entrainement

$$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

$\frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \vec{0}$car ω constante et $\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} = \gamma\vec{j}$

et$\vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) = \vec{\omega}\Lambda\left(-\omega t\overrightarrow{U_x} + \omega t^2\overrightarrow{U_y}\right) = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ -\omega t & \omega t^2 & 0 \end{vmatrix} = -\omega^2 t^2\overrightarrow{U_x} - \omega^2 t\overrightarrow{U_y}$

Donc $\overrightarrow{a_e} = \vec{j} - \omega^2 t^2\overrightarrow{U_x} - \omega^2 t\overrightarrow{U_y} = \gamma\left(\sin\theta\overrightarrow{U_x} + cos\,\theta\,\overrightarrow{U_y}\right) - \omega^2 t^2\overrightarrow{U_x} - \omega^2 t\overrightarrow{U_y}$

$\overrightarrow{a_e} = (\gamma\sin\theta - \omega^2 t^2)\overrightarrow{U_x} + (\gamma\, cos\,\theta \;\; - \omega^2 t)\overrightarrow{U_y}$

L'accélération de Coriolis

$\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{v_r} = 2\begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ 2t & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4t\omega\overrightarrow{U_y} - 2\omega\overrightarrow{U_x}$

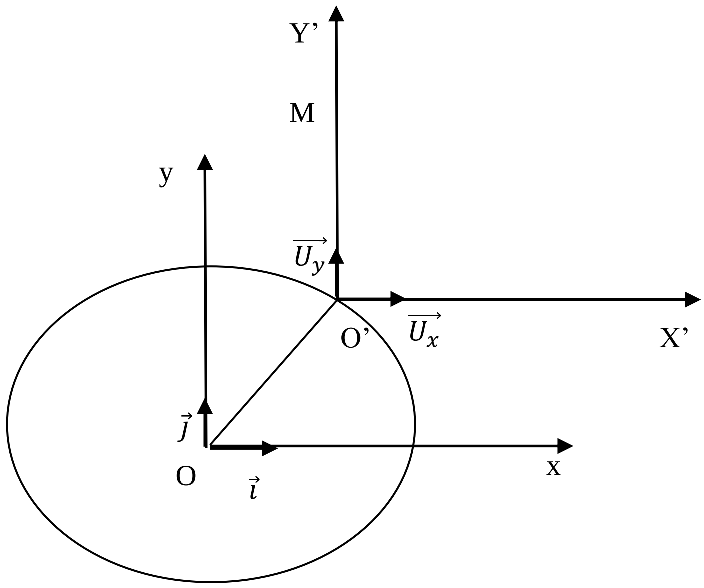
L'accélération absolue

$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c} + \overrightarrow{a_e}$

$\Rightarrow \overrightarrow{a_a} = 2\overrightarrow{U_x} + (\gamma\sin\theta - \omega^2 t^2)\overrightarrow{U_x} + (\gamma\, cos\,\theta \;\; - \omega^2 t)\overrightarrow{U_y} + 4t\,\omega\overrightarrow{U_y} - 2\omega\overrightarrow{U_x}$

Alors $\overrightarrow{a_a}$=$(2 - 2\omega + \gamma\sin\theta - \omega^2 t^2)\overrightarrow{U_x} + (\gamma\, cos\,\theta \;\; - \omega^2 t + 4t\omega\,)\overrightarrow{U_y}$

<u>EXERCICE 9</u>



A t=0, y'=0 et v=v_0

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$ $\quad$ *avec* $\overrightarrow{OO'} = \mathrm{r}(\cos\ \omega t\,\vec{\imath} + \sin\omega t\,\vec{\jmath})$

M se déplace sur l'axe (O'Y) parallèle à Oy avec une accélération γ constante

$\overrightarrow{OM} = y\overrightarrow{U_y}, \quad \gamma = \dfrac{dv}{dt} \Rightarrow dv = \gamma dt$

Après intégration $v = \gamma t + v_0$

$$\frac{dy}{dt} = \gamma t + v_0 \Rightarrow dy = \gamma t dt + v_0 dt \quad donc\ y = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t$$

$\overrightarrow{O'M} = \left(\dfrac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t\right)\overrightarrow{U_y}$

Puisque O'Y//Oy donc $\overrightarrow{U_y} = \vec{\jmath}$ donc $\overrightarrow{O'M} = \left(\frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t\right)\overrightarrow{U_y} = \left(\frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t\right)\vec{\jmath}$

Alors $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} = \mathrm{r}(\cos\ \omega t\,\vec{\imath} + \sin\omega t\,\vec{\jmath}) + \left(\frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t\right)\vec{\jmath}$

$\Rightarrow \overrightarrow{OM} = \mathrm{r}\cos\ \omega t\,\vec{\imath} + \left(r\sin\omega t + \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t\right)\vec{\jmath}$

La vitesse absolue

$\overrightarrow{v_a} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}/(R) \ = -\mathrm{r}\,\omega\sin\ \omega t\,\vec{\imath} + (r\omega\cos\omega t + \gamma t + v_0)\vec{\jmath}$

L'accélération absolue

$\overrightarrow{a_a} = \dfrac{d\overrightarrow{v_a}}{dt}/(R) \ = -\mathrm{r}\,\omega^2\cos\ \omega t\,\vec{\imath} + (-r\omega^2\sin\omega t + \gamma\,)\vec{\jmath}$

La vitesse relative

$$\overrightarrow{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}/(R') \ = \ (\gamma t + v_0)\vec{\jmath}$$

La vitesse d'entrainement :

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

$\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \vec{0}$car les vecteurs unitaires des deux repères sont parallèles, donc il n'ya pas un mouvement de rotation.

Il y a un mouvement de translation

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} = -\mathrm{r}\ \omega \sin\ \omega\mathrm{t}\,\vec{\imath} + r\omega \cos \omega\mathrm{t}\,\vec{\jmath}$$

Vérifions que $\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e}$

$$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e} = (\gamma t + v_0)\vec{\jmath} - \mathrm{r}\ \omega \sin\ \omega\mathrm{t}\,\vec{\imath} + r\omega \cos \omega\mathrm{t}\,\vec{\jmath}$$
$$= -\mathrm{r}\ \omega \sin\ \omega\mathrm{t}\,\vec{\imath} + (r\omega \cos \omega\mathrm{t} + \gamma t + v_0)\vec{\jmath}$$

Donc $\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e}$ est vérifiée

L'accélération relative

$\overrightarrow{a_r} = \frac{d\overrightarrow{v_r}}{dt}/(R')$ avec$\overrightarrow{v_r} = (\gamma t + v_0)\vec{\jmath}$

Donc $\overrightarrow{a_r} = \gamma\vec{\jmath}$

L'accélération d'entrainement

$$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M}$$

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M}\ = \vec{0}\ \ et\ \vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) = \vec{0}$$

Car il y a un mouvement de translation entre les repères

$$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} = -\mathrm{r}\ \omega^2\cos\ \omega\mathrm{t}\,\vec{\imath} + -r\omega^2 \sin \omega\mathrm{t}\,\vec{\jmath}$$

Donc $\overrightarrow{a_e} = -\omega^2 r_0(\cos\ \omega\mathrm{t}\vec{\imath} + \sin \omega\mathrm{t}\,\vec{\jmath})$

L'accélération de Coriolis

$\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{v_r} = \vec{0}$

Vérifions que $\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c} + \overrightarrow{a_e}$

$$\overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c} + \overrightarrow{a_e} = \gamma\vec{j} + -\mathrm{r}\ \omega^2\cos\ \omega\mathrm{t}\,\vec{\imath} + -r\omega^2 \sin \omega\mathrm{t}\,\vec{j}$$
$$= -\mathrm{r}\ \omega^2\cos\ \omega\mathrm{t}\,\vec{\imath} + (-r\omega^2 \sin \omega\mathrm{t} + \gamma\ )\vec{j}$$

Donc $\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c} + \overrightarrow{a_e}$ est vérifiée